**Universidade Estadual de Maringá**

**Departamento de Informática**

**Disciplina Computação Gráfica**

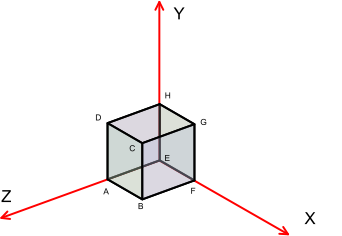
**Coletânea de Exercícios**

**Transformações Geométricas Tridimensionais**

**2013**

**Exercício-01**

Qual o efeito da transformação de distorção sobre um cubo unitário em que a matriz de distorção é a seguinte:



**Resposta:**

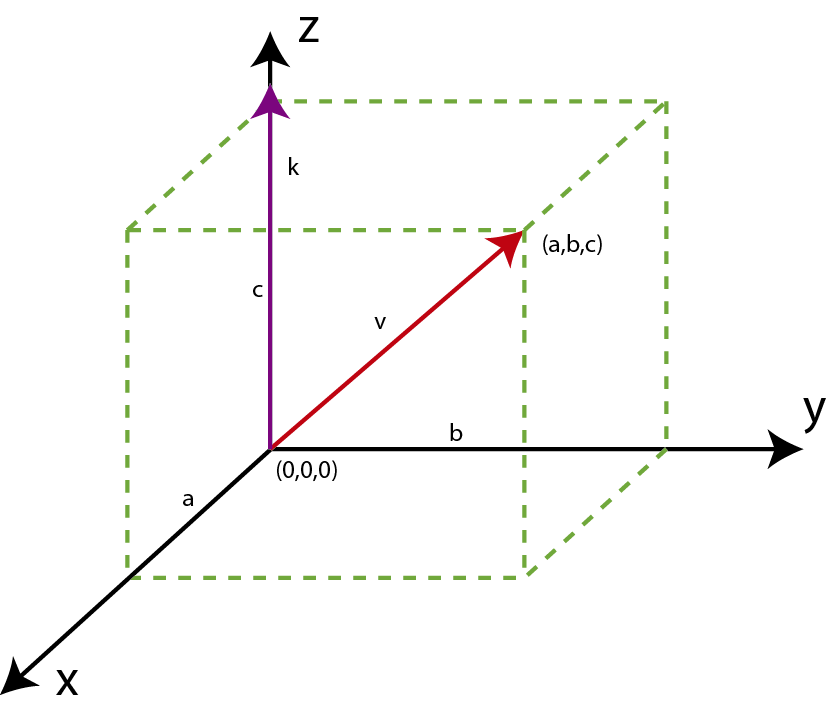
Observe que a origem não foi afetada pela transformação de distorção.

**Exercício-02**

(Plastock). Determine a transformação que alinha um dado vetor com um vetor ao longo do eixo 0z.

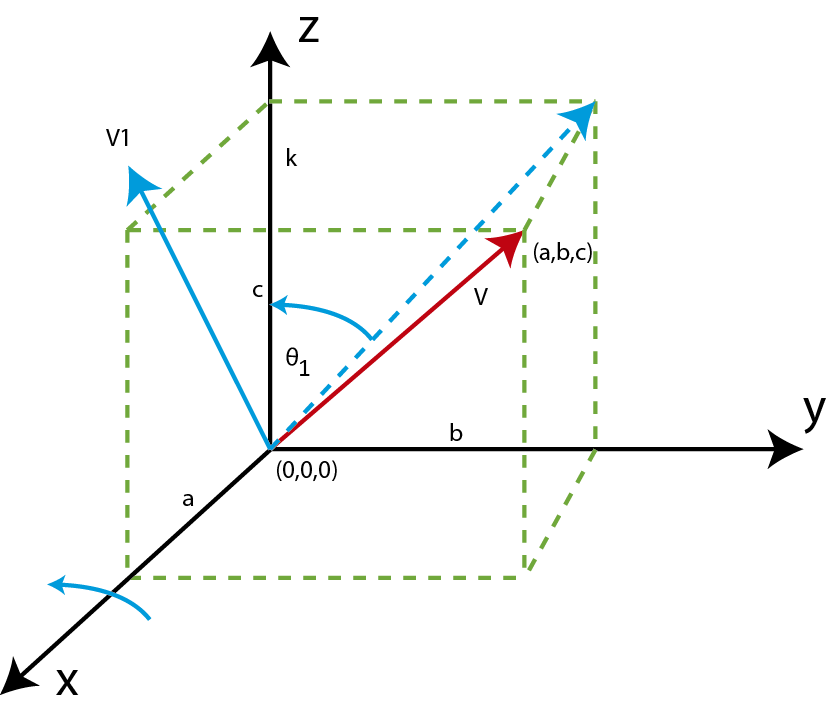
**Resposta:**

Temos que alinha o vetor com o vetor conforme a figura a seguir:

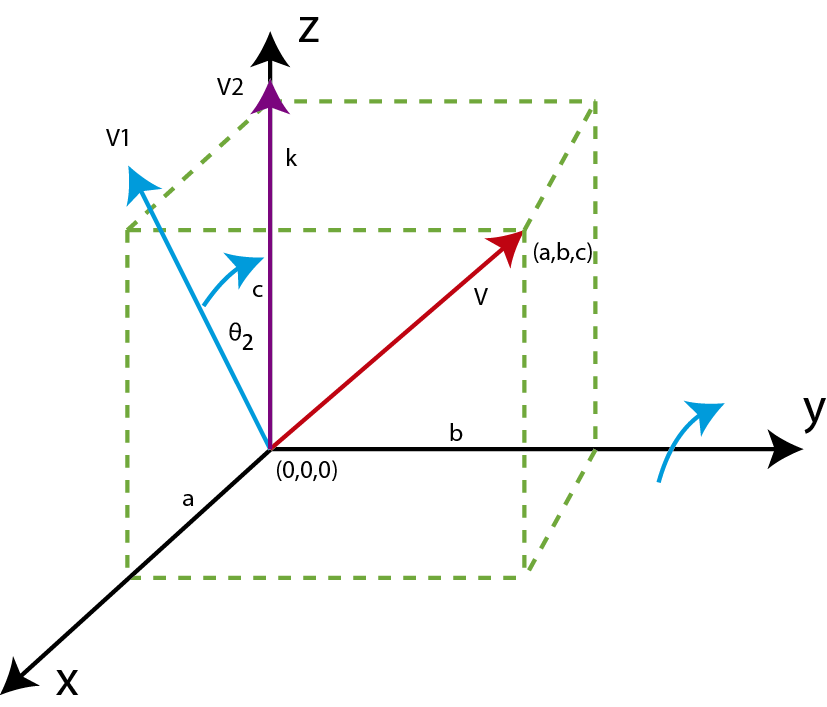


Fazemos o alinhamento através da seguinte sequência de transformações:

1. Rotação de em torno do eixo 0x de um ângulo *θ1*, de forma que fique na metade superior do plano x0z (como o vetor ).



1. Rotação do vetor em torno do eixo 0y, de um ângulo de forma que coincida com o eixo 0z positivo (como o vetor )



Aplicando a matriz de rotação ao vetor resulta o vetor

Deduzindo o passo 2 a partir de 1 vemos a necessidade de uma rotação graus e assim temos

Então

Simplificando a matriz temos:

e

Por exemplo, se b e c são ambos nulos, então assim temos:

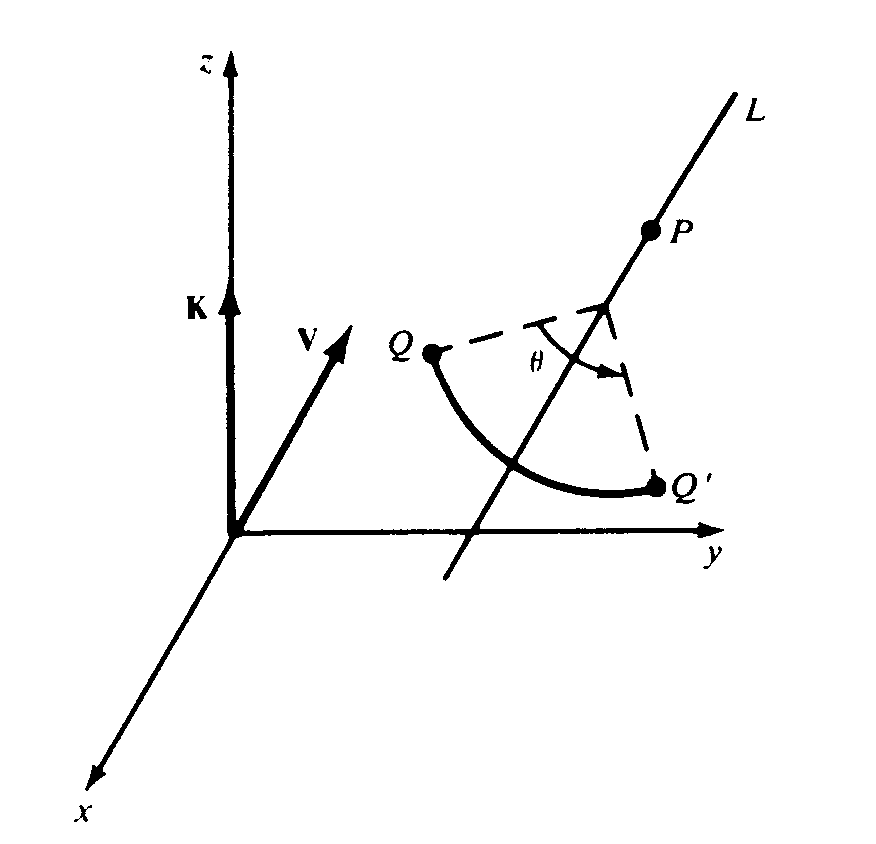
Neste caso só é necessária uma rotação de em torno do eixo , assim, se , temos:

Da mesma forma podemos calcular a transformação inversa que faz o alinhamento do vetor com o vetor

Note que esta matriz é a transposta de

**Exercício-03**

(Plastock). Seja L um eixo de rotação especificado pelo vetor e pela localização do ponto P. Determine a transformação correspondente a rotação de em torno de L. Observe a figura a seguir:



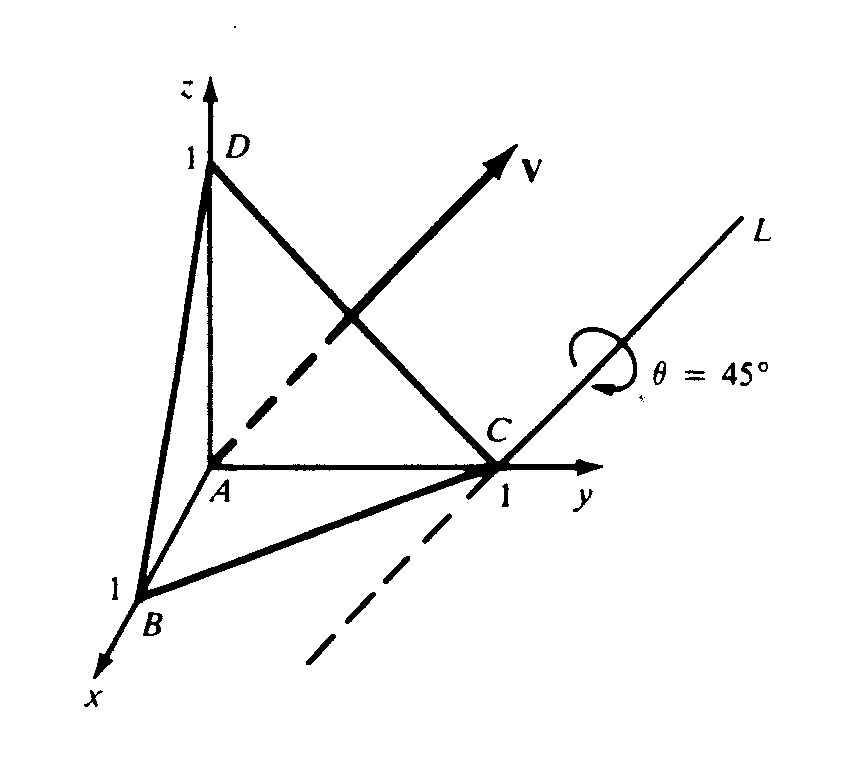
**Resposta:**

1. Translação de P para a origem
2. Alinhamento do vetor com
3. Rotação de em torno de
4. Alinhamento do vetor com
5. Translação de volta para P

**Exercício-04**

(Plastock). A pirâmide definida pelas coordenadas A(0,0,0), B(1,0,0), C(0,1,0) e D(0,0,1) é rodade de em torno da linha L que tem direção e que passa pelo ponto C(0,1,0). Determine as coordenadas do objeto rodado.

**Resposta:**



A partir do problema anterior a matriz de rotação pode ser determinada pela concatenação de matrizes

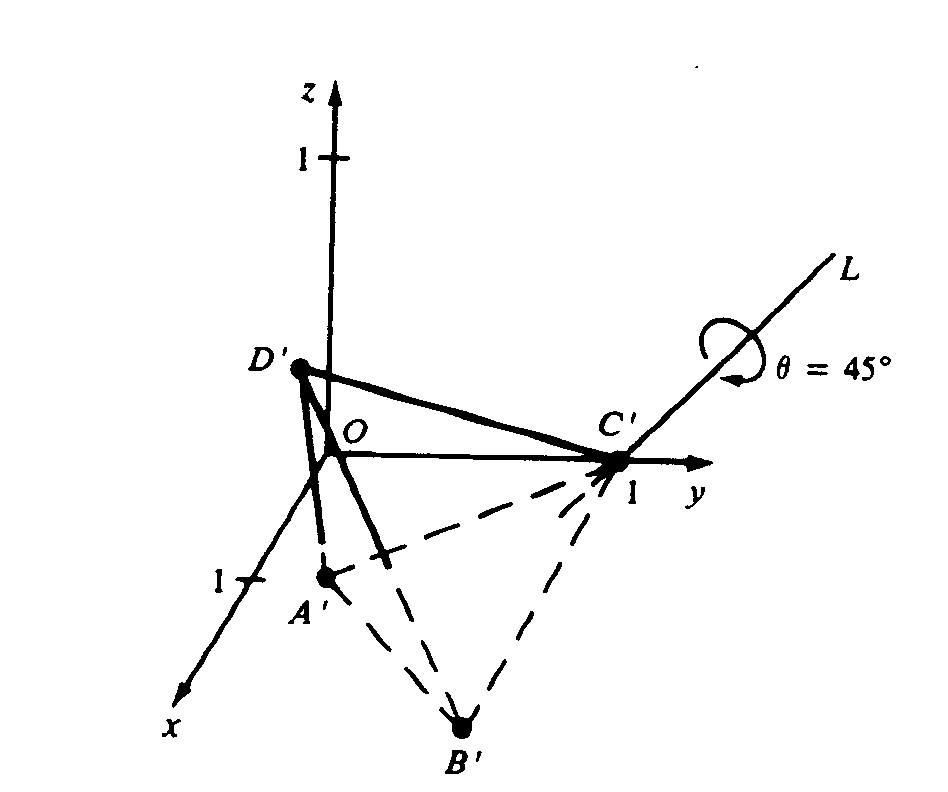
Com P = (0,1,0)

Para o vetor , temos a = 0; b =1 e c =1 achamos , assim temos as matrizes

Além disso

Para determinar as coordenadas do objeto rodado, aplicamos a matriz de rotação a matriz das coordenadas homogêneas dos vértices A,B,C e D é a seguinte:

As coordenadas após a rotação são:



A’ = (0.500, 0.146, -0.146)

B’ = (1.200, 0.646, 0.646)

C’ = (0.000, 1.000, 0.000)

D’ = (1.000, 0.292, 0.707)

**Exercício-05**

(Plastock). Determine a transformação que alinha o vetor com .

**Resposta:**

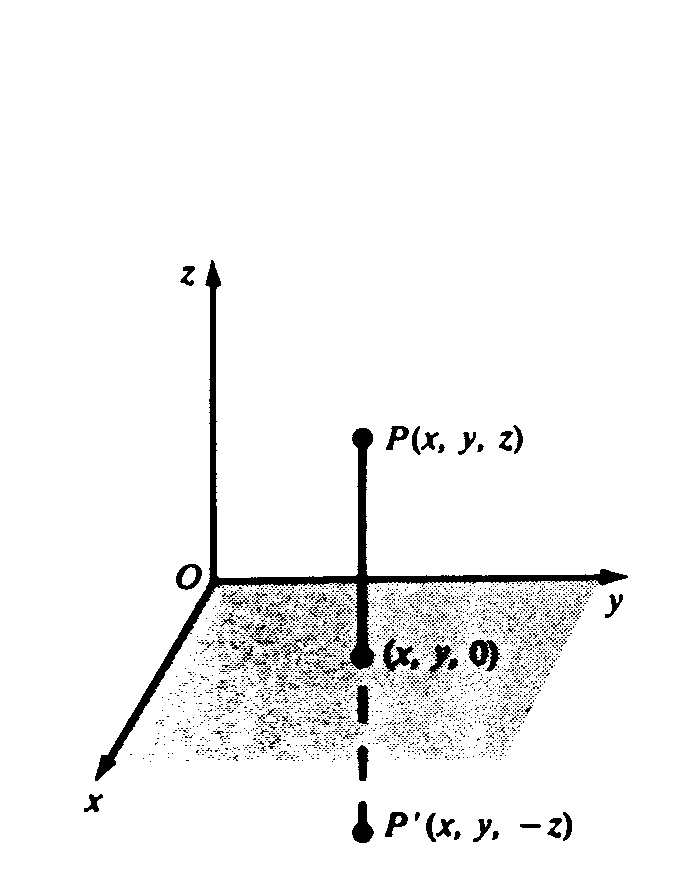
Construímos a transformação em dois passos em primeiro lugar, alinhamos o vetor com o Vetor ; em segundo lugar, alinhamos o vetor com o vetor , da seguinte forma;

**Exercício-06**

(Plastock). Determine a transformação correspondente a reflexão em relação ao plano

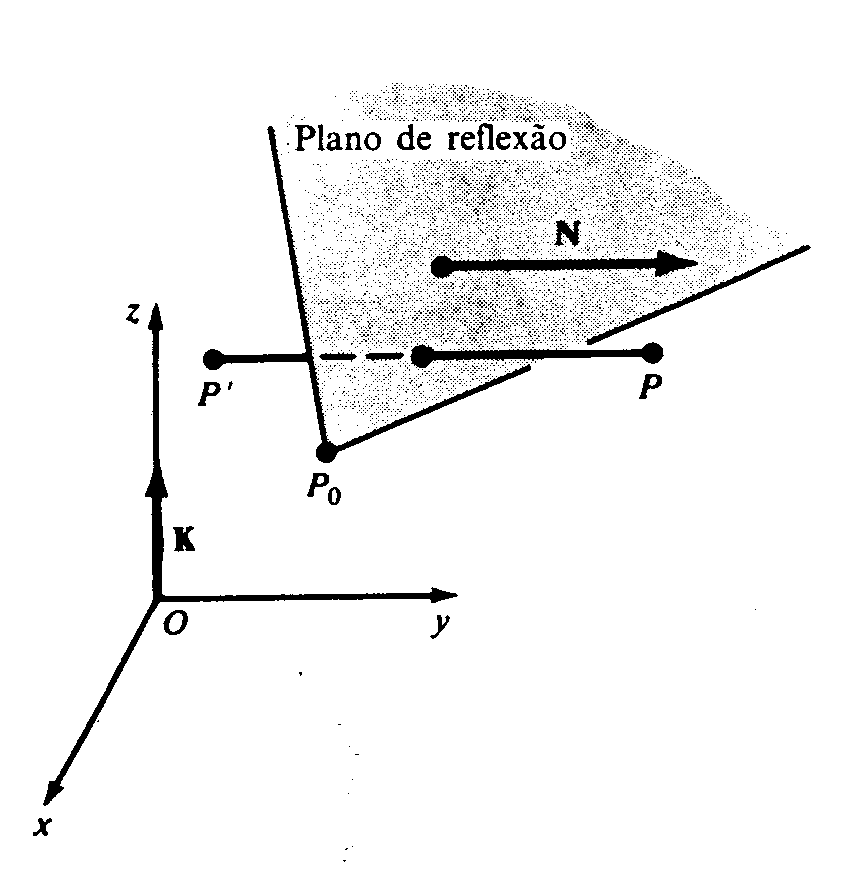
**Resposta:**

A partir de a figura a seguir é fácil de ver a reflexão de P(x,y,x) é P’(x,y,-z) a transformação que realiza esta operação é :



**Exercício-07**

(Plastock). Determine a transformação correspondente à reflexão em relação a um dado plano.



**Resposta:**

Seja o plano de reflexão especificado por um vetor normal e um ponto de referência Para reduzir esta reflexão a uma reflexão em relação ao plano , procede-se do seguinte modo:

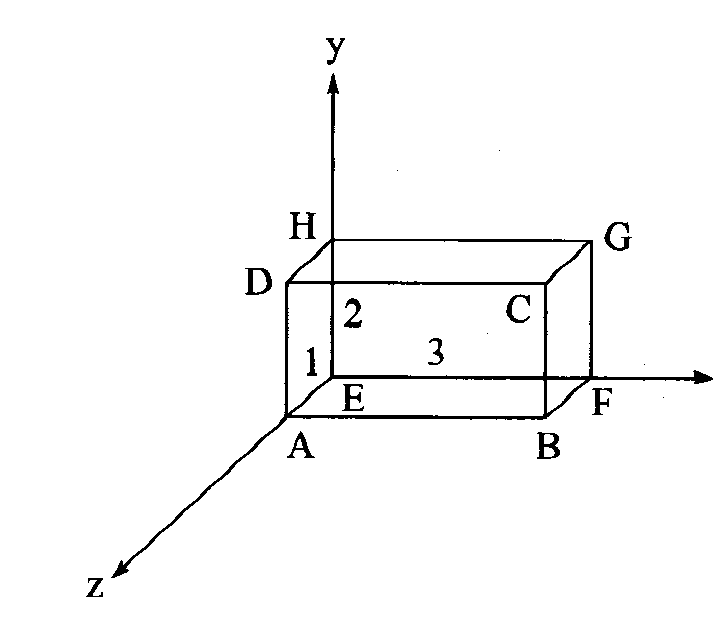
1. Translada-se para origem
2. Alinha-se o vetor normal com o vetor que é normal ao plano
3. Faz-se a reflexão em relação ao plano
4. Invertem-se os passos 1 e 2

Assim, com o vetor translação:

Tem-se:

**Exercício-08**

(ISRD-Group) Considere um paralelepípedo situado com um dos vértices na origem tendo sobre o eixo x comprimento de 3, sobre o eixo y de 2 e sobre o eixo z de 1.

****

Realize inicialmente uma rotação de sobre o eixo x e uma rotação de sobre o eixo y.

**Resposta:**

Inicialmente vamos montar a matriz de representação do objeto

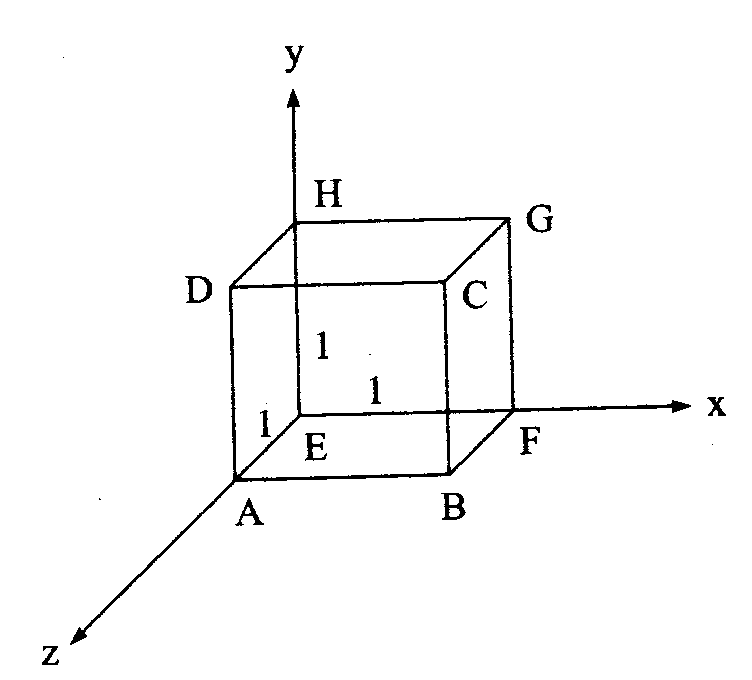
Agora vamos apresentar a matriz de rotação em torno do eixo x de 90

Multiplicando

Agora vamos rodar o objeto em relação ao eixo y em . A matriz de rotação pode ser assim expressa:

**Exercício-09**

(ISRD-Group) Faça a reflexão de um cubo unitário sobre o plano xy.

****

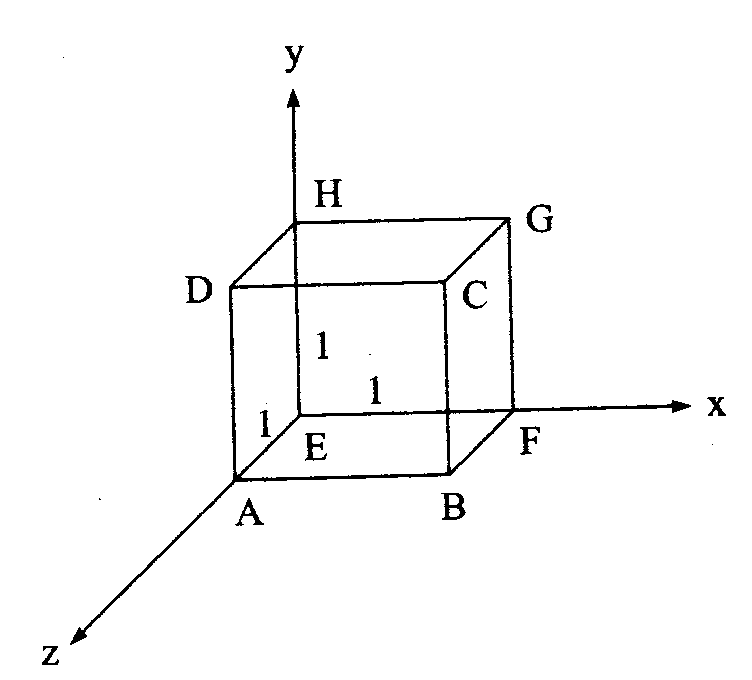
**Resposta:**

Vamos montar inicialmente a Matriz do objeto

A matriz de reflexão é a seguinte:

**Exercício-10**

(ISRD-Group) Realize a transformação de escala uniforme de fator 2 (Sx=Sy) sobre um cubo unitário, conforme a figura a seguir:



**Resposta:**

Vamos montar inicialmente a Matriz do objeto

A matriz de escala é a seguinte:

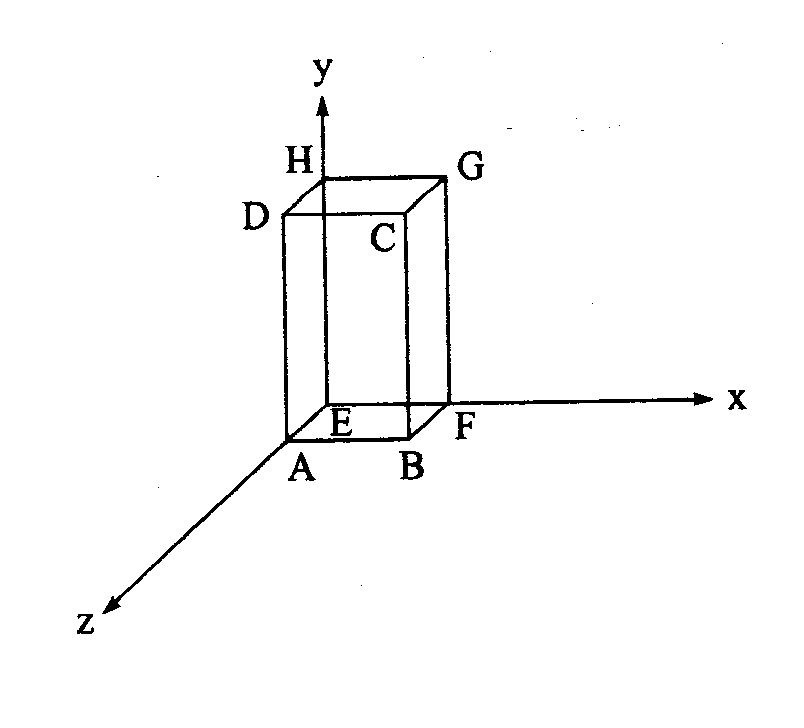
Outra forma de resolver este exercício seria valer-se do uso de coordenadas homogêneas e fazer w =1/2, da seguinte forma:

Note que agora precisamos passar as coordenadas para o sistema cartesiano convencional da seguinte forma:

Assim temos a matriz do Cubo para w =1:

**Exercício-11**

(ISRD-Group) Dado um paralelepípedo com dimensões de 2 sobre o eixo x em relação a origem, de 3 no eixo y e 1 no eixo z, efetue Realize a transformação de escala com os seguintes fatores: Sx=1/2, Sy=1/3 e Sz=1.

****

**Resposta:**

Vamos montar inicialmente a Matriz do objeto

A matriz de escala é a seguinte:

**Exercício-12**

(A.P.Godse) Encontre a matriz de reflexão com relação ao plano que passa pela origem e tem o seguinte vetor normal

**Resposta:**

Para executar uma reflexão inicialmente trazemos o plano para a origem por meio de uma translação de um ponto conhecido do plano para (0,0,0). Assim, seja o plano de reflexão especificado por um vetor normal e um ponto de referência Para reduzir esta reflexão a uma reflexão em relação ao plano , procede-se do seguinte modo:

1. Translada-se para origem
2. Alinha-se o vetor normal com o vetor que é normal ao plano
3. Faz-se a reflexão em relação ao plano
4. Invertem-se os passos 1 e 2

Assim, com o vetor translação:

No entanto este plano já passa pela origem e não é necessário fazer esta translação.

Deste modo as operações

Podem ser reduzidas da seguinte forma:

A matriz de alinhamento do vetor V com o vetor K é a seguinte:

com

e

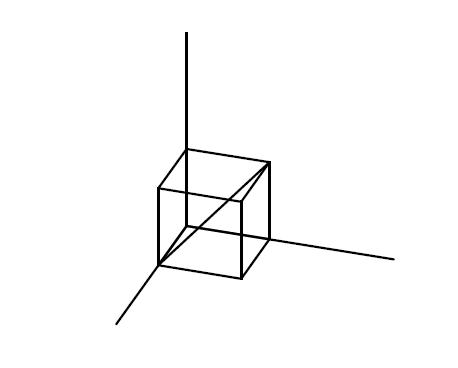
Lembrando quen

Temos

**Exercício-12**

(A.P.Godse) Um cubo é definido pelos seguintes vértices: A(0,0,0), B(2,0,0), C(2,2,0), D(0,2,0), E(0,0,2), F(2,0,2), G(2,2,2) e H(0,2,2) é rotacionado de 45 graus sobre o eixo L formado pelos pontos P(2,0,0) e Q(0,2,2). Mostre as novas coordenadas do cubo.

**Resposta:**



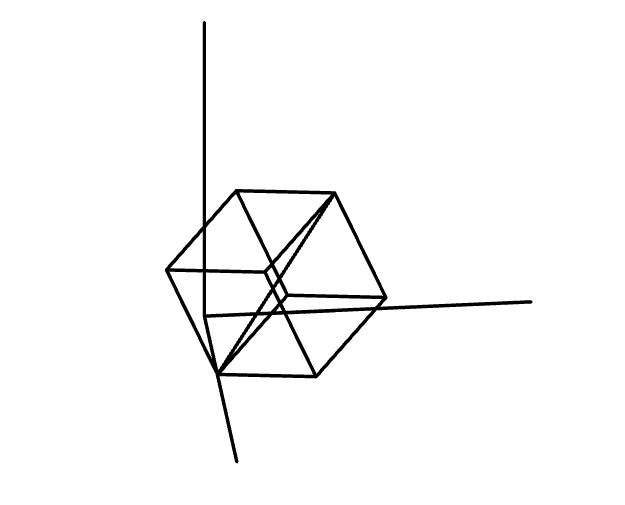
Translação de P(2,0,0) para origem

PQ=(0-2), (2-0),(2-0)

Para o vetor , temos a = -2; b =2 e c =2 achamos , assim temos as matrizes

Além disso

Para determinar as coordenadas do objeto rodado, aplicamos a matriz de rotação a matriz das coordenadas homogêneas dos vértices A,B,C e D é a seguinte:



A’ = (0.39, -0.62, 1.01)

B’ = ( 2, 0, 0)

C’ = (0.98, 1.60, -0.62)

D’ = (-0.62, 0.98, 0.39)

E’ = (1.01, 0.39, 2.62)

F’ = (2.62, 1.01, 1.60)

G’ = (1.60, 2.62, 0.98)

H’ = ( 0, 2, 2)

**Referencias**

AGUILERA, V. **Computação gráfica**: animação. Cotia, SP: Editora Íbis Ltda, 1993.

ANGEL, Edward. **Interactive computer graphics**: a top-down approach with OpenGL. Massachusetts: Addison-Wesley, 1997.

AZEVEDO, Eduardo; CONCI, Aura. **Computação gráfica**: teoria e prática. Rio de Janeiro: Elsevier, 2003.

CONCI, Aura; AZEVEDO, Eduardo; LETA, Fabiana R. **Computação gráfica**. Rio de Janeiro: Elsevier, 2008.

COPELAND, Arthur H. **Geometry, algebra and trigonometry by vector methods**. New York: The Macmillan Company, 1962.

CUNHA, Gilberto J. da et al. **Computação gráfica**: o padrão GKS. São Paulo: Editora Atlas, 1987.

FOLEY, D. James et al. **Computer graphics**: principles and practice. Delhi: Pearson Education, 2004.

GODSE, A. P. **Computer graphics**. PUNI: Technical Publications Pune, 2009.

GOMES, J. M.; VELHO, Luís C. **Conceitos básicos de computação gráfica**. São Paulo: IME-USP, 1990.

HEARN, Donald; BAKER, Pauline M. **Computer graphics**: C version. New Jersey: Printice Hall, 1986.

HETEM JUNIOR, Annibal. **Coleção fundamentos de informática**: computação gráfica. Rio de Janeiro: LTC, 2006.

MAGALHÃES, Léo P. **Computação gráfica**: interfaces em sistemas de computação gráfica. Campinas: Editora da Unicamp, 1986.

PERSIANO, R. C. Marinho; OLIVEIRA, A. A. Fernandes de. **Introdução a computação gráfica**. Rio de Janeiro: LTC, 1988.

PLASTOCK, R. A.; KALLEY, G. **Computação gráfica**. São Paulo: McGraw Hill, 1986.

ROGERS, D. F.; ADAMS, J. A. **Mathematical elements for computer graphics**. New York: McGRAW-HILL, 1990

SCHNEIDER, Philip J.; EBERLY, David H. **Geometric tools for computer graphics**. San Francisco, CA: Morgan Kaufmann Publishers, 2003.

VELHO, Luiz; GOMES Jonas. **Sistemas gráficos 3D**. Rio de Janeiro: IMPA, 2001.

VINCE, J. **Geometry for computer graphics**: formulae, examples & proofs. London: Spring, 2005.

VINCE, J. **Essential computer animation fast**. London: Spring, 1999.

XIANG, Zhigang; PLASTOCK Roy. **Computer graphics**. New York: McGRAW-HILL, 1992.